

# Grundlagen zuverlässiger fehlertoleranter Systeme

## Quellen:

Eugen Schäfer: "Zuverlässigkeit, Verfügbarkeit und Sicherheit in der Elektronik, Eine Brücke von der Zuverlässigkeitstheorie zu den Aufgaben der Zuverlässigkeitspraxis", 1. Auflage, Vogel Verlag, 1979, ISBN 3-0823-0586-8,

Karl-Erwin Großpietsch: "Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen", GMD-Seminar, St. Augustin

Stefan Poledna: "Lecture on Fault-Tolerant Systems", Vorlesungsfolien, Institut für Technische Informatik, TU Wien, SoSe 1996

# Grundlagen zuverlässiger Systeme

## Verlässlichkeit (Zuverlässigkeit):

Die Verlässlichkeit (Dependability) eines Systems ist die Qualität einer vom System erbrachten Funktion (Service), in die begründbar und berechtigterweise Vertrauen (reliance) gesetzt werden kann.

Die Funktion (Service) ist das an der Schnittstelle zu anderen Systemen, die mit dem betrachteten System interagieren, beobachtbare Systemverhalten. Die Qualität bezieht sich auf die Übereinstimmung der erbrachten mit der spezifizierten Systemfunktion.

## Terminologie:

- Beeinträchtigungen (Impairments) : Fehler
- Attribute
- Maße
- Mechanismen

# Attribute der Zuverlässigkeit (Dependability)

**Überlebensfähigkeit (Reliability)** bedeutet Zuverlässigkeit in Hinblick auf ununterbrochenes korrektes Systemverhalten. Es ist als die Wahrscheinlichkeit definiert, daß ein zu Beginn fehlerfreies System bis zu einem bestimmten Zeitpunkt fehlerfrei bleibt.

**Verfügbarkeit (Availability)** bedeutet Zuverlässigkeit in Hinblick auf die momentane Bereitschaft eines Systems zur Erbringung eines Service. Verfügbarkeit wird als quantitatives Maß definiert, das die Ausfalldauer zu der Dauer korrekten Systemverhaltens in Beziehung setzt, d.h. die Wahrscheinlichkeit, das System zu einem beliebigen Zeitpunkt fehlerfrei anzutreffen.

**Prozeßsicherheit (Safety)** bedeutet Zuverlässigkeit in Hinblick auf das Verhindern katastrophaler Auswirkungen eines Systemverhaltens auf seine Umgebung, wobei mit Umgebung meist die physikalische, reale Umgebung gemeint ist, wie z.B. industrielle Prozeßsteuerungsanlagen, Kraftwerke, Verkehrslenkungssysteme, u.s.w.

**Informationssicherheit (Security)** bedeutet Zuverlässigkeit in Hinblick auf die Erhaltung der Vertraulichkeit (Confidentiality) und Integrität (Integrity) von Information in einem Computersystem.

# Quantitative Ermittlung der Zuverlässigkeit

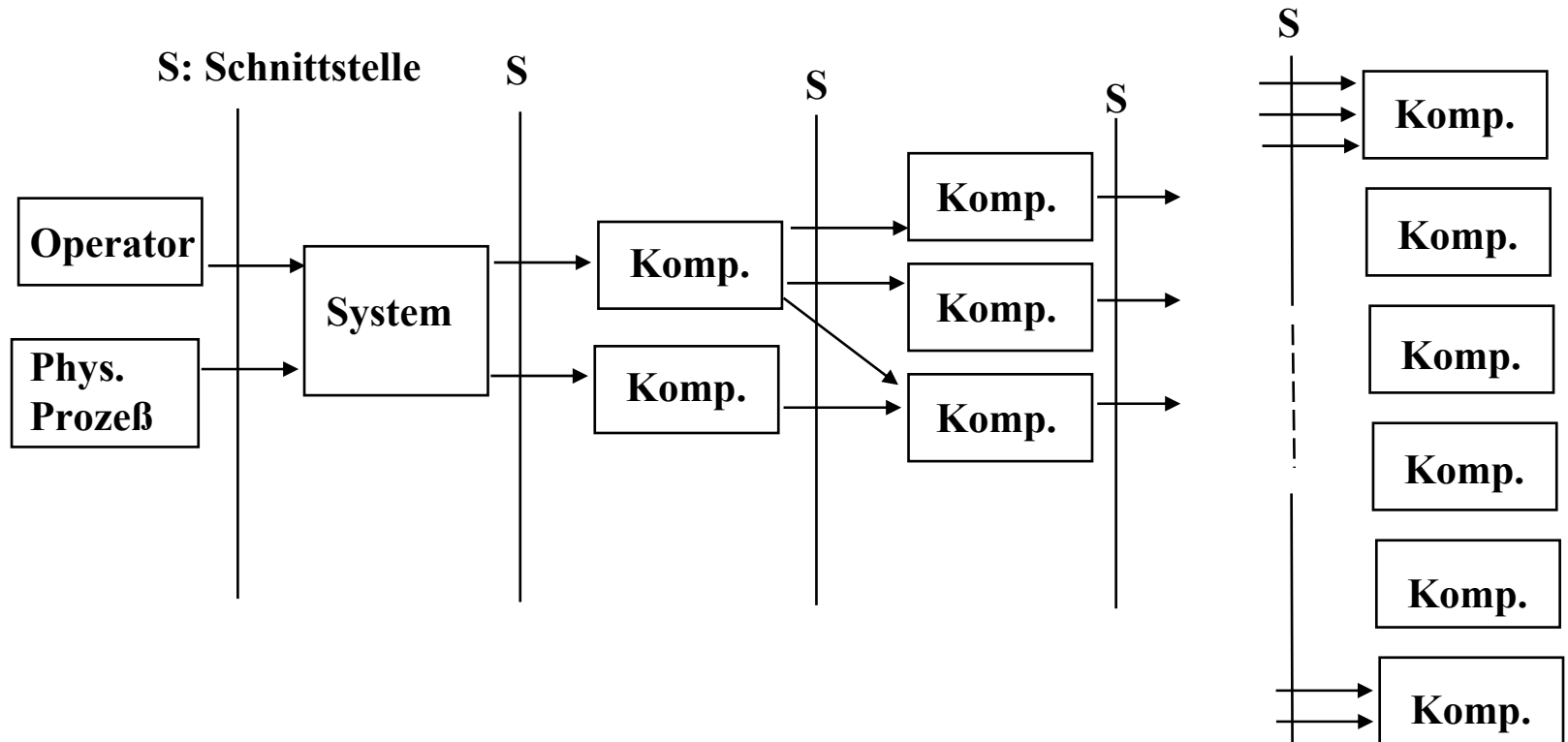
## Strukturbasierte Modellierung:

- **identifizierbare unabhängige Komponenten**
- **jede Komponente besitzt eine bestimmte Zuverlässigkeit**
- **die Konstruktion des Modells basiert auf der Verbindungsstruktur zwischen den Komponenten**

Ein System wird definiert durch:

- seine Struktur, d.h. die Topologie seiner Komponenten
- sein Verhalten, d.h. durch die Gesamtheit des Verhaltens seiner Komponenten

Systemkomponenten sind hierarchisch organisiert. Dadurch ergibt sich eine Abhängigkeitsrelation ( $\rightarrow$ ) zwischen den Systemebenen.



# Quantitative Ermittlung der Zuverlässigkeit durch Zuverlässigkeitsschaltbilder

## Intaktwahrscheinlichkeiten:

Für jeden Teil eines Systems werden zwei Zustände betrachtet:

- intakt (funktionstüchtig)
- defekt (ausgefallen)

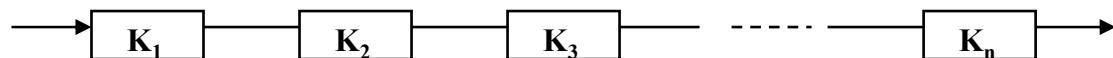
Intakt-Wahrscheinlichkeit einer Komponente oder eines Systems von Komponenten:  
Wahrscheinlichkeit, dass die Komponente oder das System das spezifizierte Verhalten zeigen.

Ein System ist fehlertolerant, wenn es intakt sein kann, ohne dass alle Komponenten intakt sind.

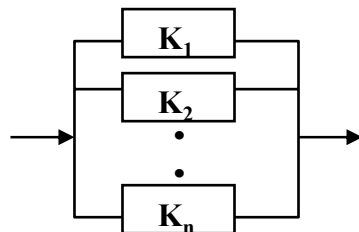
## Zuverlässigkeits-Schaltbilder (nicht zu verwechseln mit elektrischen Schaltbildern) :

Abstraktion eines Systems in Komponenten, denen jeweils eine spezifische Zuverlässigkeit zugeordnet wird.

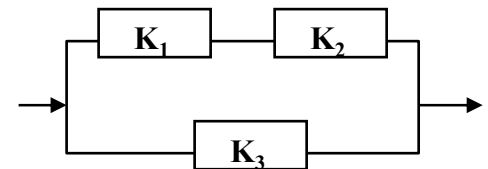
### • Seriensystem:



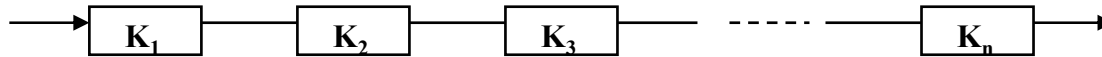
### • Parallelsystem:



### • Serien/Parallelsystem:



## Intaktwahrscheinlichkeit für ein Seriensystem:



$$P_{\text{serie}} = P(K_1 \text{ intakt}) \text{ und } P(K_2 \text{ intakt}) \text{ und } \dots P(K_n \text{ intakt})$$

**Annahme: Die Eigenschaften ( $K_i$  intakt) ( $i=1, \dots, n$ ) sind unabhängig.**

➡ 
$$P_{\text{serie}} = P(K_1 \text{ intakt}) \cdot P(K_2 \text{ intakt}) \cdot \dots \cdot P(K_n \text{ intakt})$$

**mit  $p_i$  : Intaktwahrscheinlichkeit der Komponente  $i$ :**

➡ 
$$P_{\text{serie}} = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$$

**Beispiel:**

**n identische Komponenten:**

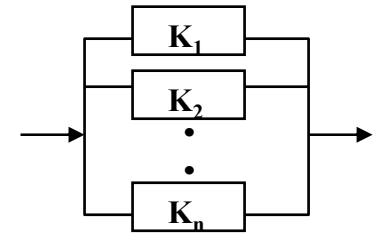
$$P_{\text{serie}} = p_i^n, \quad n = 5, \quad p_i = 0,99: \quad P_{\text{serie}} = 0,99^5 = 0,95$$

$$P_{\text{serie}} = p_i^n, \quad n = 5, \quad p_i = 0,70: \quad P_{\text{serie}} = 0,70^5 = 0,16$$



## Intaktwahrscheinlichkeit für ein Parallelsystem (1-aus-n) :

**Defektwahrscheinlichkeit = 1 - Intaktwahrscheinlichkeit**  
(Intakt und defekt sind zueinander komplementäre Ereignisse).



$$P_{\text{parallel}} = P(K_1 \text{ defekt}) \text{ und } P(K_2 \text{ defekt}) \text{ und } \dots P(K_n \text{ defekt})$$

**Annahme: Die Eigenschaften ( $K_i$  defekt) ( $i=1,\dots,n$ ) sind unabhängig.**

$$\Rightarrow P_{\text{parallel}} = P(K_1 \text{ defekt}) \cdot P(K_2 \text{ defekt}) \cdot \dots \cdot P(K_n \text{ defekt})$$

**Mit  $p_i$  : Defektwahrscheinlichkeit der Komponente  $i$ :**

$$\Rightarrow P_{\text{parallel}} = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$$

**Beispiel Defektwahrscheinlichkeit:**

**n identische Komponenten:**

$$P_{\text{serie}} = p_i^n, \quad n = 5, \quad p_i = 1 - 0,99: \quad P_{\text{serie}} = 0,01^5 = 0,0000000001 \quad \text{Intaktw.: } 0,9999999999$$

$$P_{\text{serie}} = p_i^n, \quad n = 5, \quad p_i = 1 - 0,70: \quad P_{\text{serie}} = 0,30^5 = 0,00243 \quad \text{Intaktw.: } 0,99757$$

## K - aus - n - Systeme

Systeme aus n Komponenten von denen mindestens k der Komponenten intakt sind.

**Wahrscheinlichkeit, daß genau k ausgewählte Komponenten intakt (die Komponenten 1,...,k), die anderen Komponenten defekt sind (die Komponenten k+1,...,n).**

$$P_{k\text{-aus-}n} = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k \cdot (1 - p_{k+1}) \cdot (1 - p_{k+2}) \cdot \dots \cdot (1 - p_n)$$

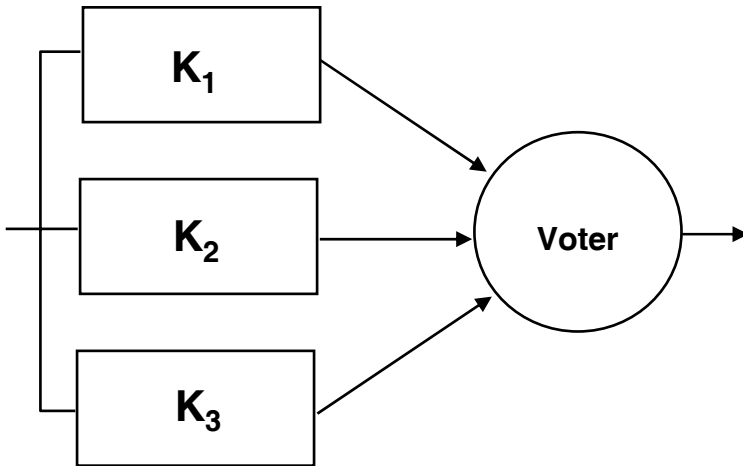
**Es gibt  $\binom{n}{i}$  Möglichkeiten, i Komponenten aus n Komponenten auszuwählen:**

$$P_{k\text{-aus-}n} = \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} p^i \cdot (1 - p)^{n-i}$$

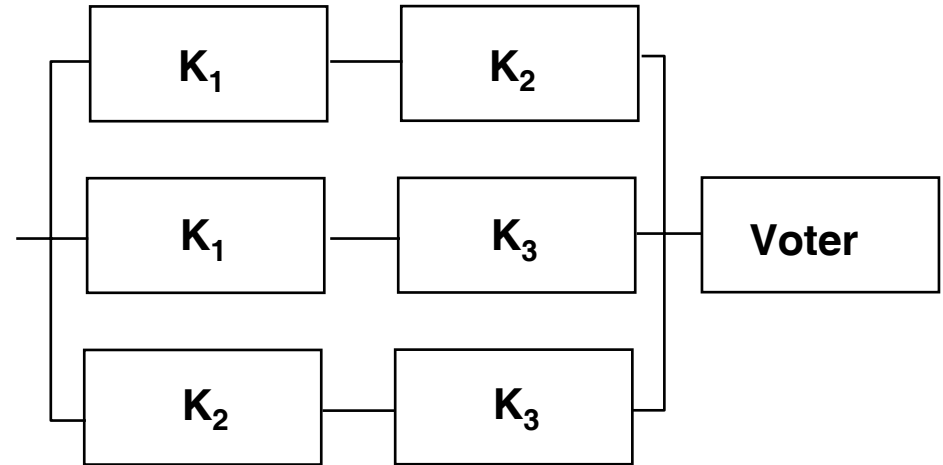
Beisp.: ein 2-aus-3 System:  $\binom{3}{2} p^2 \cdot (1 - p)^{3-2} + \binom{3}{3} p^3 \cdot (1 - p)^{3-3} = 3 \cdot p^2 \cdot (1 - p) + p^3 \cdot 1$

# Beispiel TMR (Triple Modulare Redundanz: 2-aus-3-System)

(Elektr.) Schaltbild



Zuverlässigkeits-Schaltbild



$$P_{\text{TMR}} = (p^3 + 3 p^2 \cdot (1 - p) ) \cdot p_{\text{voter}}$$

$$p = 0,9, p_{\text{voter}} = 0,99: P_{\text{TMR}} = (0,9^3 + 3 \cdot 0,9^2 \cdot (1 - 0,9)) \cdot 0,99$$

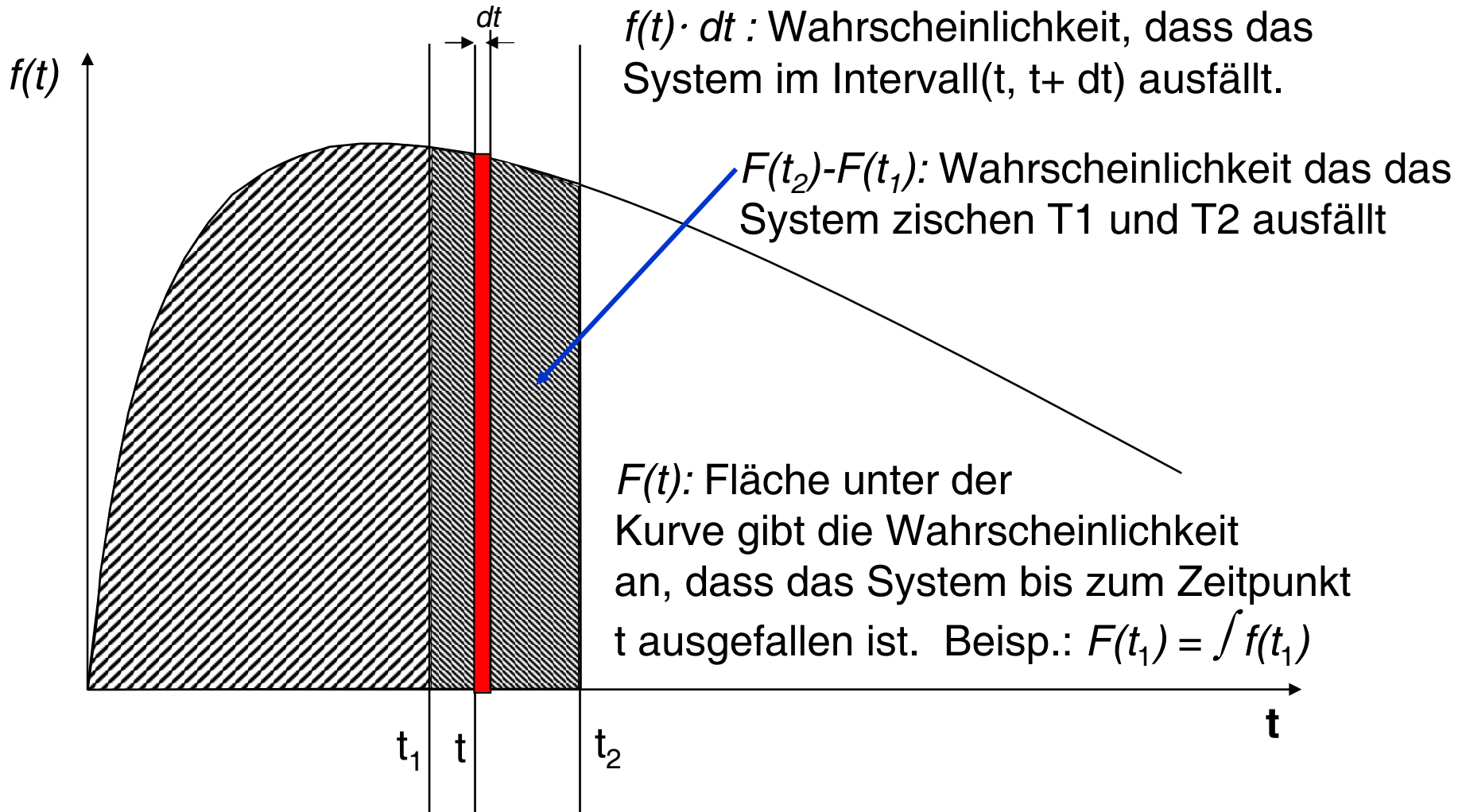
$$= (0,729 + 3 \cdot 0,81 \cdot (1 - 0,9)) \cdot 0,99$$

$$= (0,729 + 2,43 \cdot 0,1) \cdot 0,99 = 0,972 \cdot 0,99$$

$$= 0,96228$$

**Wie werden die  
Wahrscheinlichkeiten für eine  
intakte oder defekte Komponente  
über die Zeit ermittelt ?**

# Lebensdauer-Modellierung



$f(t)$ : PDF: Probability Distribution Function

$F(t)$ : CDF: Cumulative Distribution Function. Für  $t \rightarrow \infty$  :  $F(t) = 1$

# Maße der Fehlertoleranz

## *Lebensdauer T*

Zeit vom Beanspruchungsbeginn (DIN 40 042) bis zum Totalausfall (nicht mehr reparierbar)

## *Ausfallwahrscheinlichkeit F(t)*

ist die Wahrscheinlichkeit für eine Komponente bis zum Zeitpunkt  $T < t_i$  auszufallen.

## *Überlebenswahrscheinlichkeit R(t) (Reliability)*

Wahrscheinlichkeit, daß eine Komponente zum Zeitpunkt  $t_i$  noch nicht ausgefallen ist.  $F(t)$  ist das Komplement zu  $R(t)$ .

$$R(t) = 1 - F(t)$$

Für nicht reparierbare Systeme ist  $R(t)$  eine monoton fallende Funktion.  $R(0) \leq 1$ ,  $R(\infty) = 0$

## *Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte f(t)*

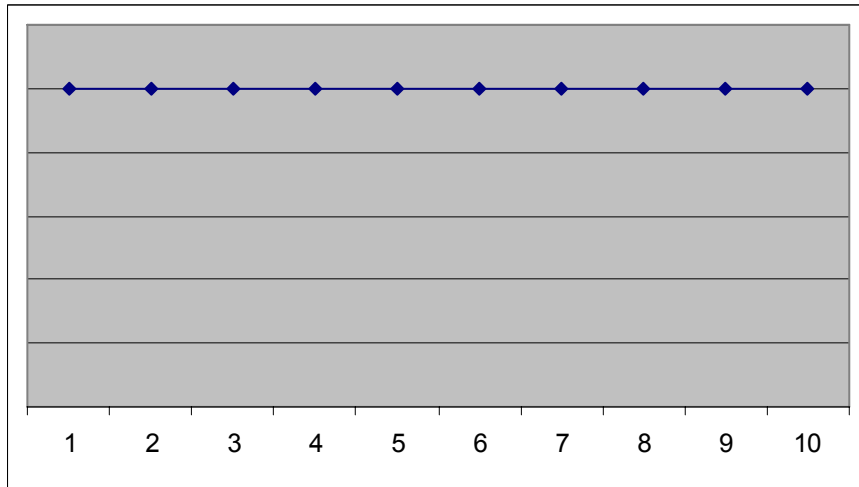
$f(t) \cdot dt$  ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Ausfall einer Komponente im Zeitintervall  $(t, t+dt)$  auftritt.

$f(t)$  ist dann die Wahrscheinlichkeit, mit der in diesem Zeitintervall Ausfälle erwartet werden können.

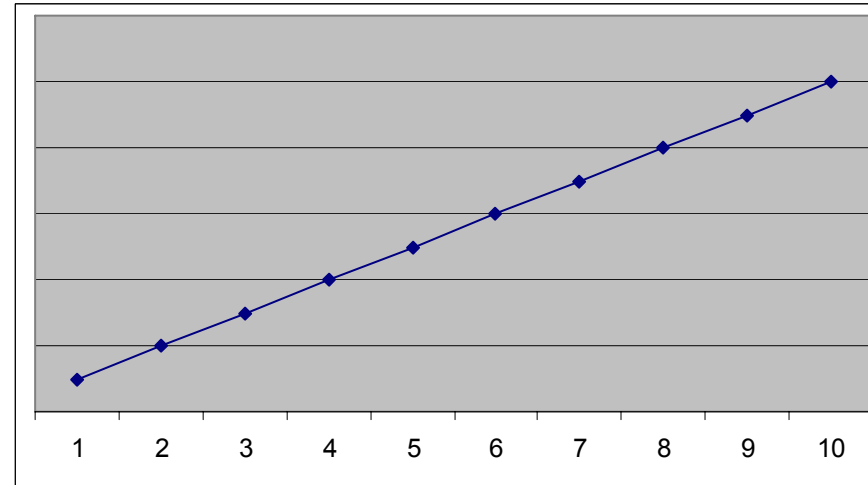
$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = - \frac{dR(t)}{dt}$$

# Konstante Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte

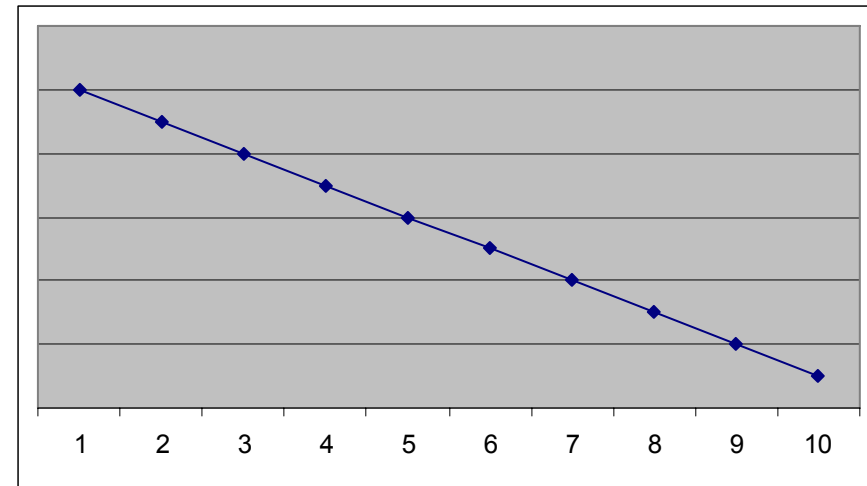
**f(t)**



**F(t)**



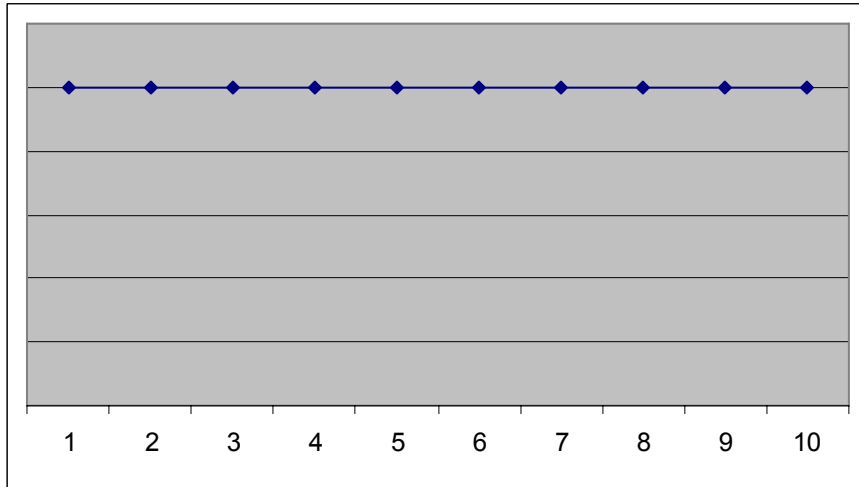
**R(t)**



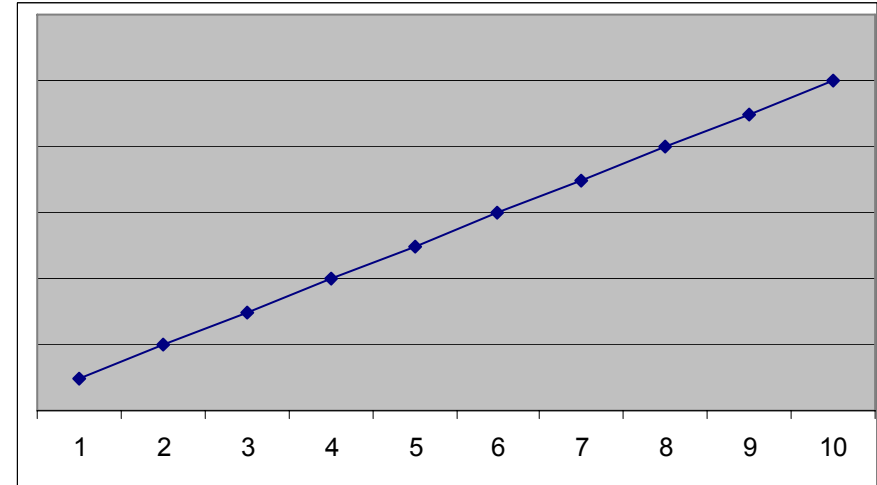
$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = - \frac{dR(t)}{dt}$$

# Konstante Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte

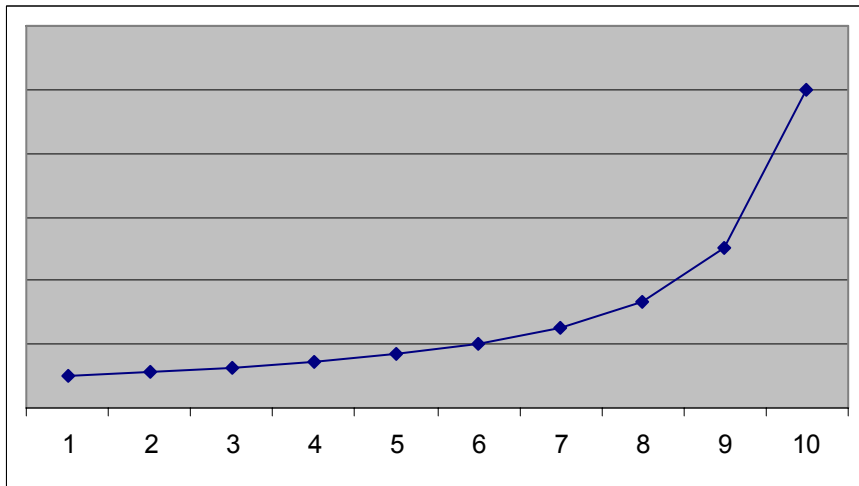
## f(t)



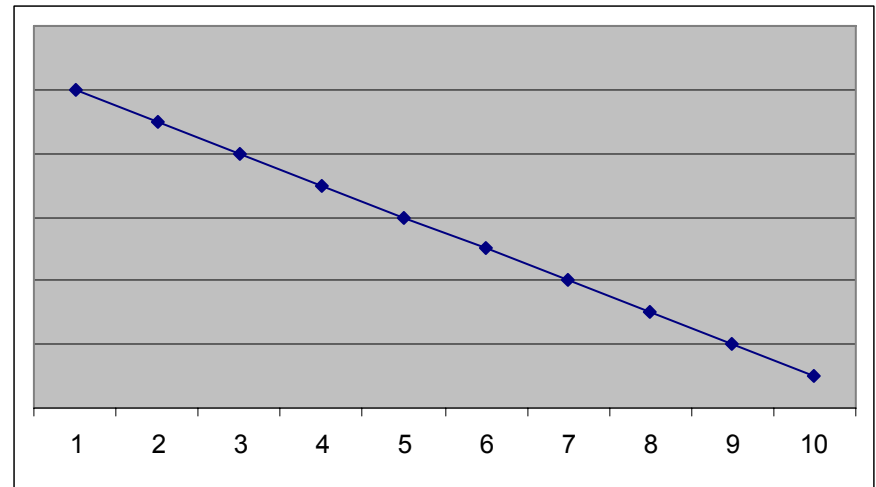
## F(t)



## Ausfallrate: $\lambda$

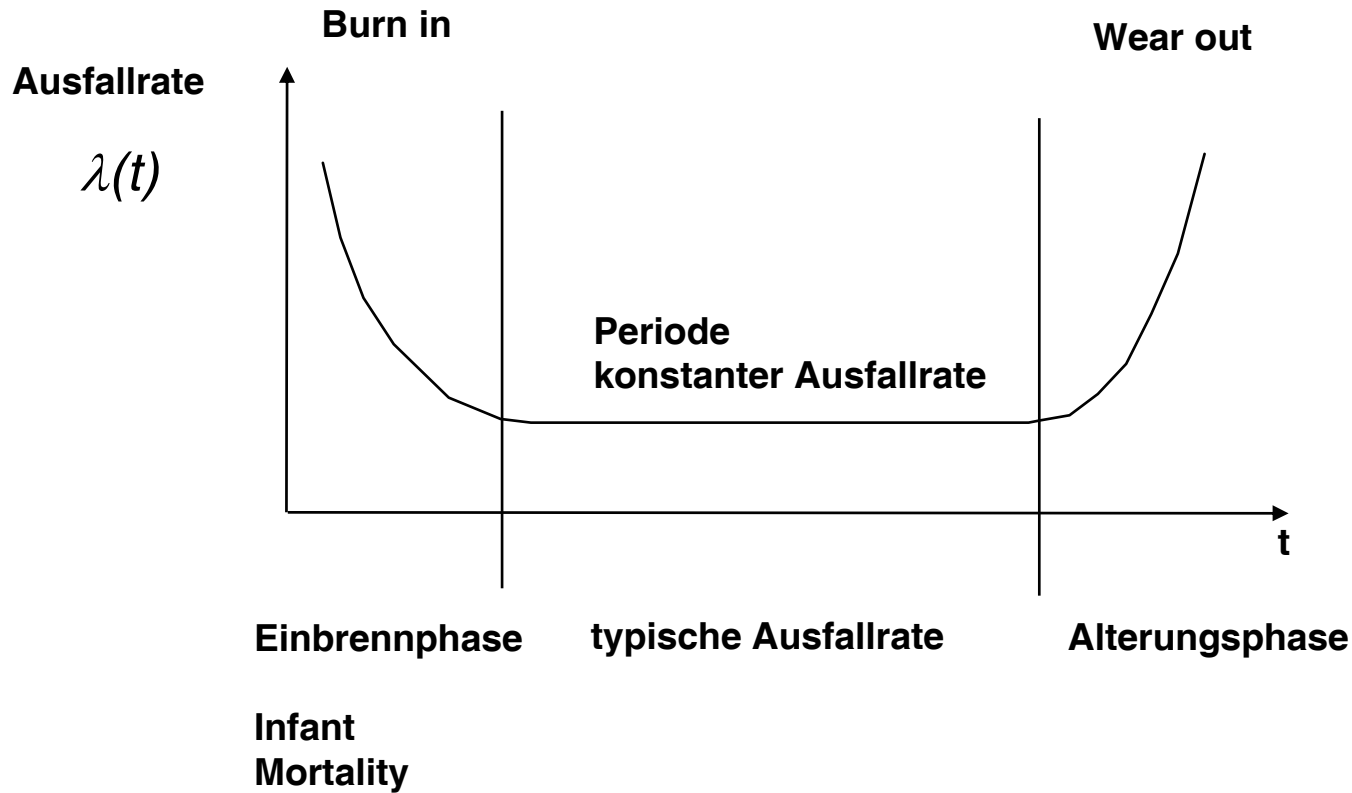


## R(t)





# Die "Badewannenkurve"



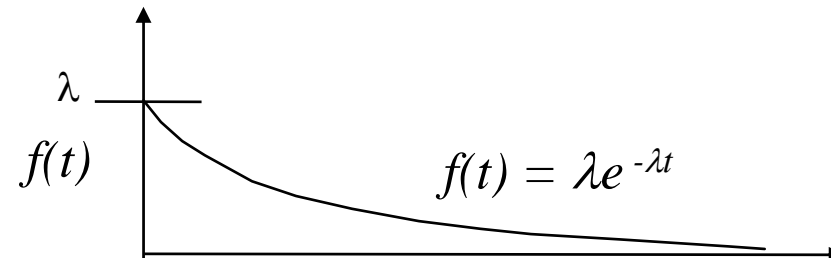
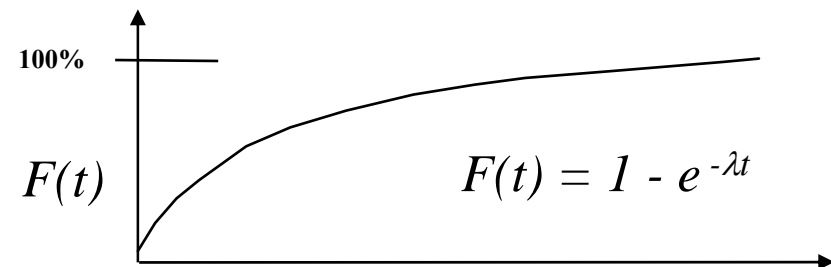
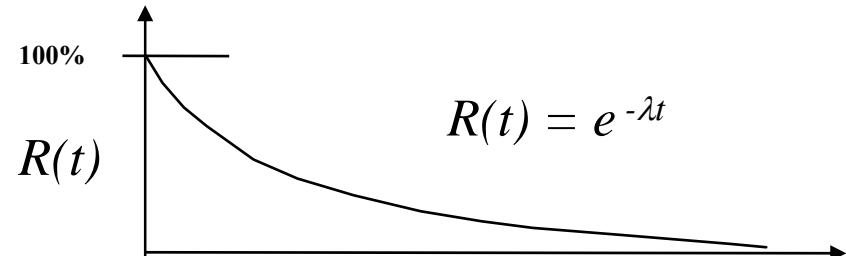
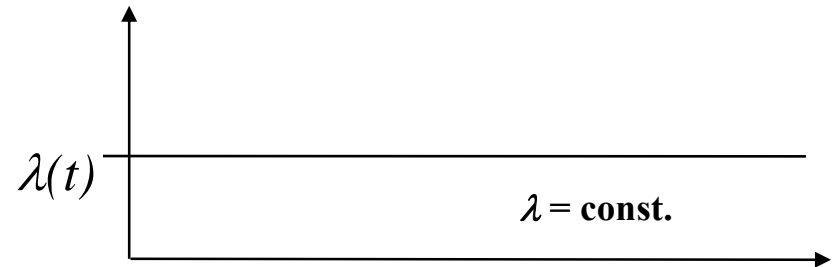
**Typische Ausfallrate:**  
VLSI-Chip:  $10^{-8}$  Ausfälle/h = 1 Ausfall in 115000 Jahren

# Maße der Fehlertoleranz

**Ausfallrate  $\lambda(t)$**   
Anzahl der Ausfälle pro Zeiteinheit

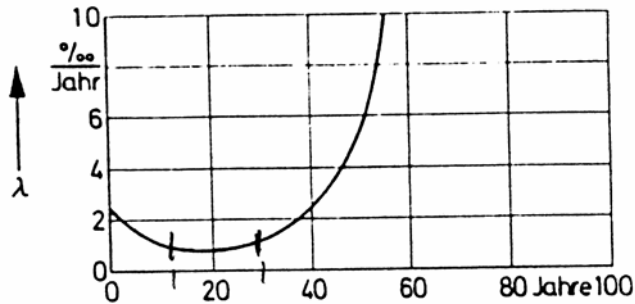
**Bemerkung: Die Ausfallrate ist relativ zum Bestand definiert. Fallen pro Zeiteinheit immer gleich viele Komponenten aus, steigt die Ausfallrate relativ zum Bestand an, der ja immer kleiner wird.**

**Bleibt die Ausfallrate relativ zum Bestand konstant, ergibt sich daraus eine Exponentialverteilung für die Überlebenswahrscheinlichkeit  $R(t)$ .**

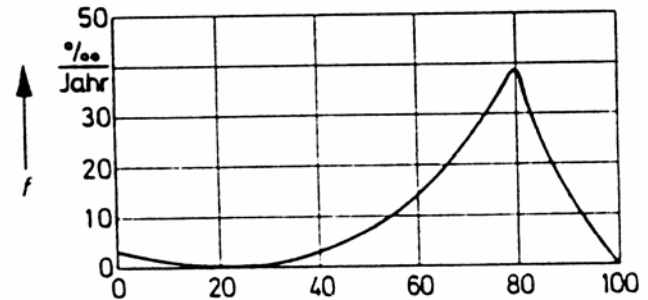


# Lebensdauererverteilung beim Menschen

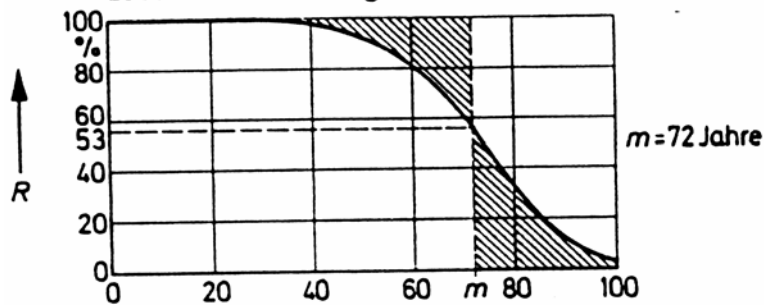
Ausfallrate  $\lambda(t)$



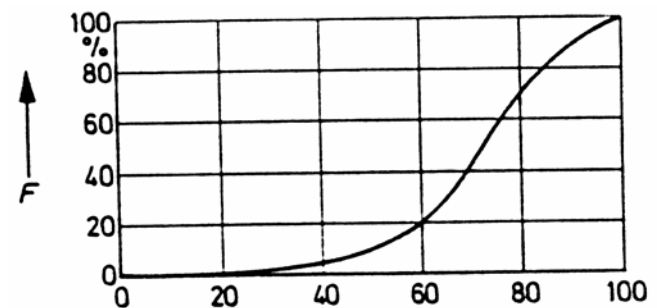
Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte  $f(t)$



Überlebenswahrscheinlichkeit  $R(t)$  (Reliability)



Ausfallwahrscheinlichkeit  $F(t)$



| <b>Kenngröße</b>                        | <b>Symbol</b>               | <b>Einheit</b> |
|---|-----------------------------|----------------|
| <b>Lebensdauer</b>                      | <b><math>T</math></b>       | <b>h</b>       |
| <b>Ausfallwahrscheinlichkeit</b>        | <b><math>F</math></b>       | <b>%</b>       |
| <b>Überlebenswahrscheinlichkeit</b>     | <b><math>R</math></b>       | <b>%</b>       |
| <b>Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte</b> | <b><math>f</math></b>       | <b>%/h</b>     |
| <b>Ausfallrate</b>                      | <b><math>\lambda</math></b> | <b>1/h</b>     |

## Anforderungen an die Autoelektronik

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| <b>Anfangszuverlässigkeit:</b> | <b>(0 km / 0 h) Fehler: <math>&lt; 500 \cdot 10^{-9}</math><br/>im 1. Jahr Fehler: <math>&lt; 1000 \cdot 10^{-9}</math></b> |
| <b>System-Lebenszeit:</b>      | <b>3500 h (ca. 5Jahre bei 2h/Tag)</b>   |
| <b>Garantie:</b>               | <b><math>\geq 1</math> Jahr, Ersatzteile <math>\geq 10</math> Jahre</b>   |
| <b>Umgebungsbedingungen:</b>   | <b>-40 bis +85 °C</b>   |
| <b>Vibration:</b>              | <b>10 Hz bis 1 kHz, zufällig 5g, Sinus 2-5g</b>   |
| <b>Shock:</b>                  | <b>30 g</b>   |
| <b>Versorgungsspannung:</b>    | <b>8-16V<br/>Motorstart mit 6V (-40 bis +85 °C), 18V für 2h, 24V für 1 min<br/>umgekehrte Polarität 13,5V für 1 min</b>     |

## **Streßtest für Autoelektronik**

- **Funktionstest: 8, 13.5, 16 V bei -40, 25, 85 °C**
- **Hitzetest:  $85 \pm 2$  °C für 16h bei 16 V und 6000 upm**
- **Kältetest:  $-40 \pm 3$  °C für 2h**
- **Lagerung:  $85 \pm 2$  °C für 504h**
- **Temperaturschock: -40 bis 85 °C Übergang in 30 sek. 25 mal**
- **Temperaturänderung: -40 bis 85 °C ,  $3 \pm 0.6$  °C /min für 2 Zyklen**

# Maße der Fehlertoleranz

Unter der Annahme von  $\lambda(t) = \text{const.}$  gilt:

$$\frac{1}{\lambda} = \text{MTBF} = \text{MTTFF} = \text{MTTF}$$

**MTBF : Mean Time Between Failures**

**MTTFF: Mean Time To First Failure**

**MTTF : Mean Time To Failure**

# Maße der Fehlertoleranz

## *Verfügbarkeit (Availability)*

Zeit in der ein System intakt ist bezogen auf die gesamte Missionszeit

$$A = \frac{U \text{ (Up time)}}{M \text{ (Mission time)}}$$

$$M = U + TR \text{ (Repair time)}$$

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

# Mechanismen der Fehlertoleranz

**(Explizite) Fehlerbehandlung**

**Dynamische Redundanz**

**Fehlererkennung**

**Schadensermittlung  
und Begrenzung**

**Rekonfiguration**

**Recovery**

**Fehler-  
behandlung**

**Fehlermaskierung**

**Statische Redundanz**

**Fehlerkorrigierende Codes**

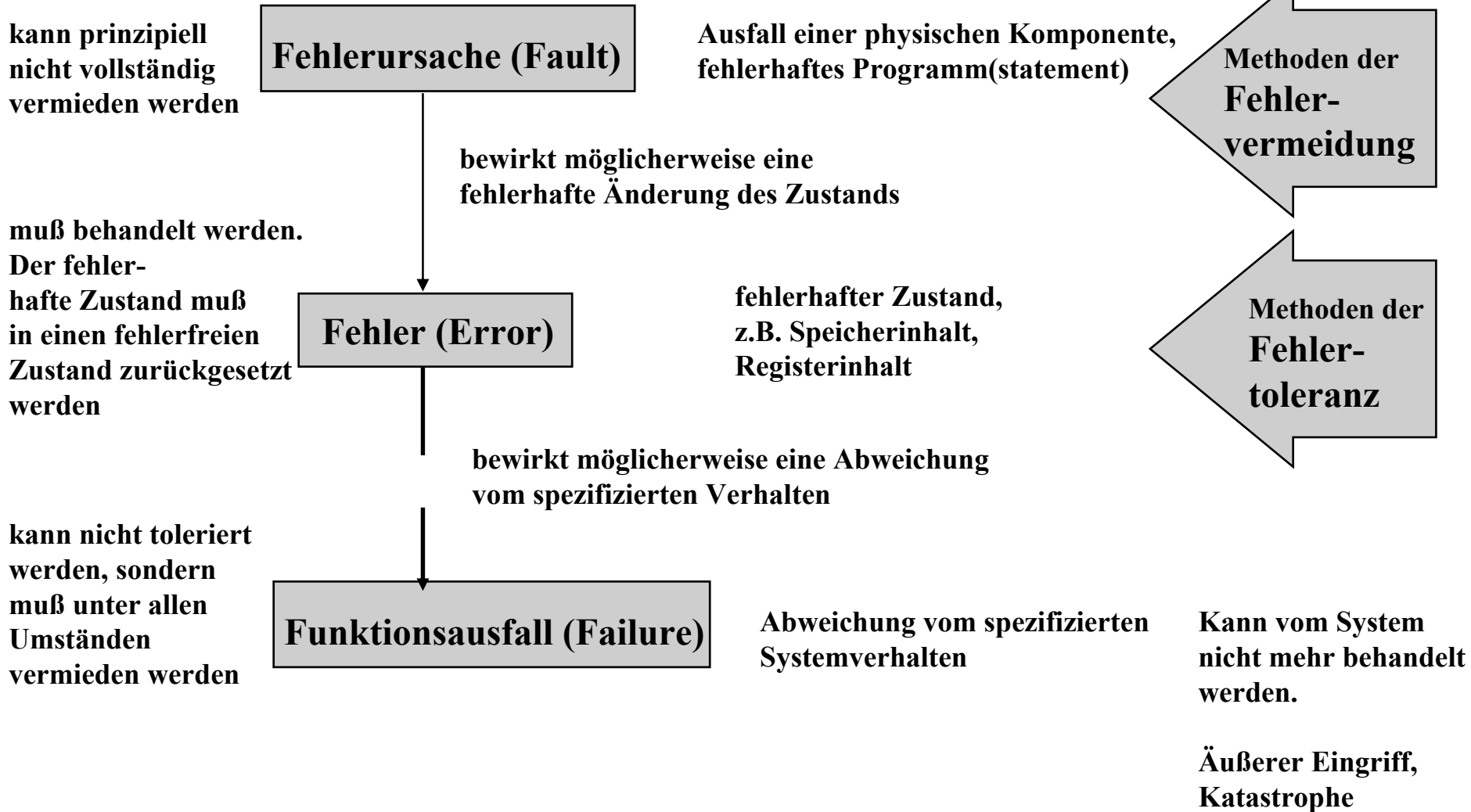
**n-aus-m - Mehrheitsentscheidung**

**Alle Mechanismen der Fehlertoleranz beruhen auf Redundanz**

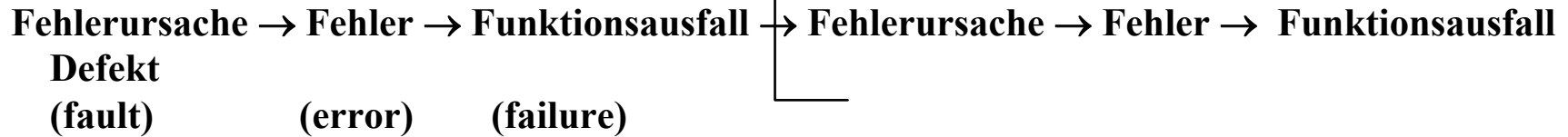
- **Informationsredundanz**
- **Komponentenredundanz**
- **Zeitredundanz**



# Fehlerklassifizierung



## Ursache - Wirkung von Fehlern



**Defekt:**

**Ereignis**

**Fehler:**

**Auswirkungen der Fehlerursache auf den Systemzustand**

**Funktionsausfall:**

**Abweichung des Systems von seinem spezifizierten Verhalten**

### Defekt → Fehler

- ein Defekt, der durch den Berechnungsvorgang (noch) nicht aktiviert wurde, heißt *ruhend* (*dormant*).
- Ein Defekt ist *aktiv*, wenn er einen Fehler verursacht.

### Fehler → Funktionsausfall

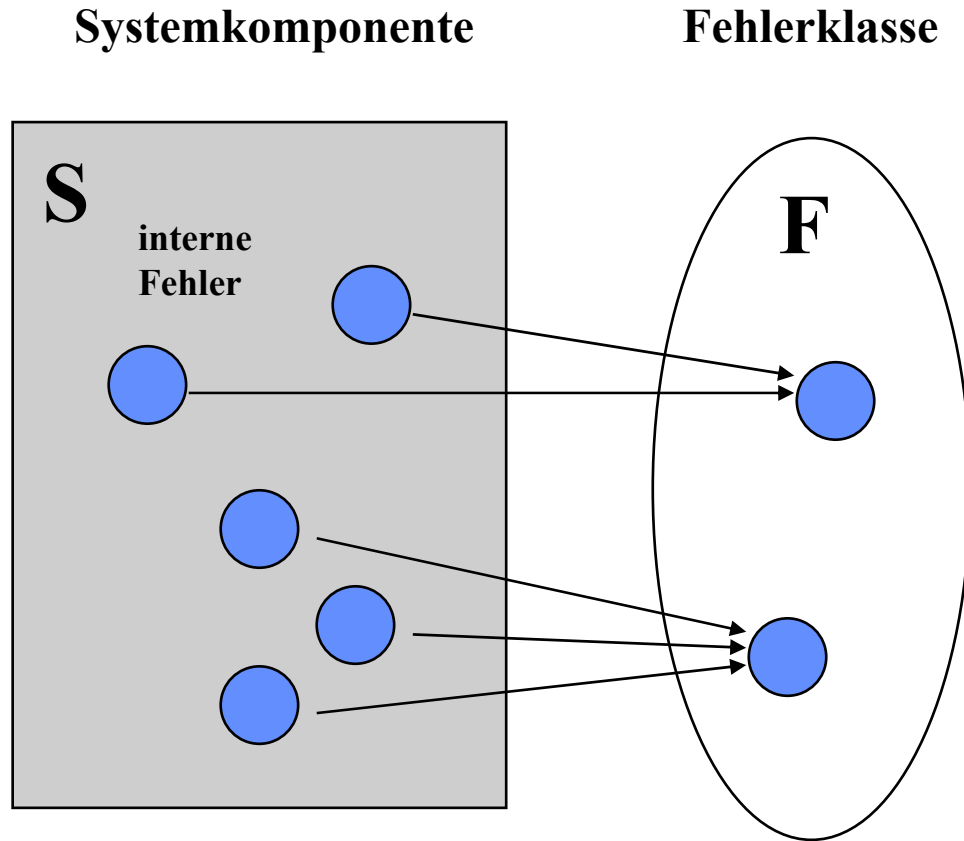
- ein Fehler heißt *latent*, wenn er noch nicht zu einem Funktionsausfall geführt hat (oder durch Erkennungsmaßnahmen entdeckt wurde).
- ein Fehler heißt *effektiv*, wenn er zu einem Funktionsausfall führt.

### Funktionsausfall → Defekt

- ein Funktionsausfall tritt ein, wenn ein Fehler effektiv wird und den erbrachten Service verfälscht.
- ein Funktionsausfall kann die Fehlerursache für eine höhere Systemebene darstellen.

# Fehlersemantik

Die Fehlersemantik beschreibt die Annahmen über die Auswirkungen interner Fehler auf das beobachtbare Verhalten einer Systemkomponente (Abstraktion interner Fehler).



## Problem:

Die Mechanismen zur Fehlerbehandlung beziehen sich auf die antizipierte Fehlerklasse.

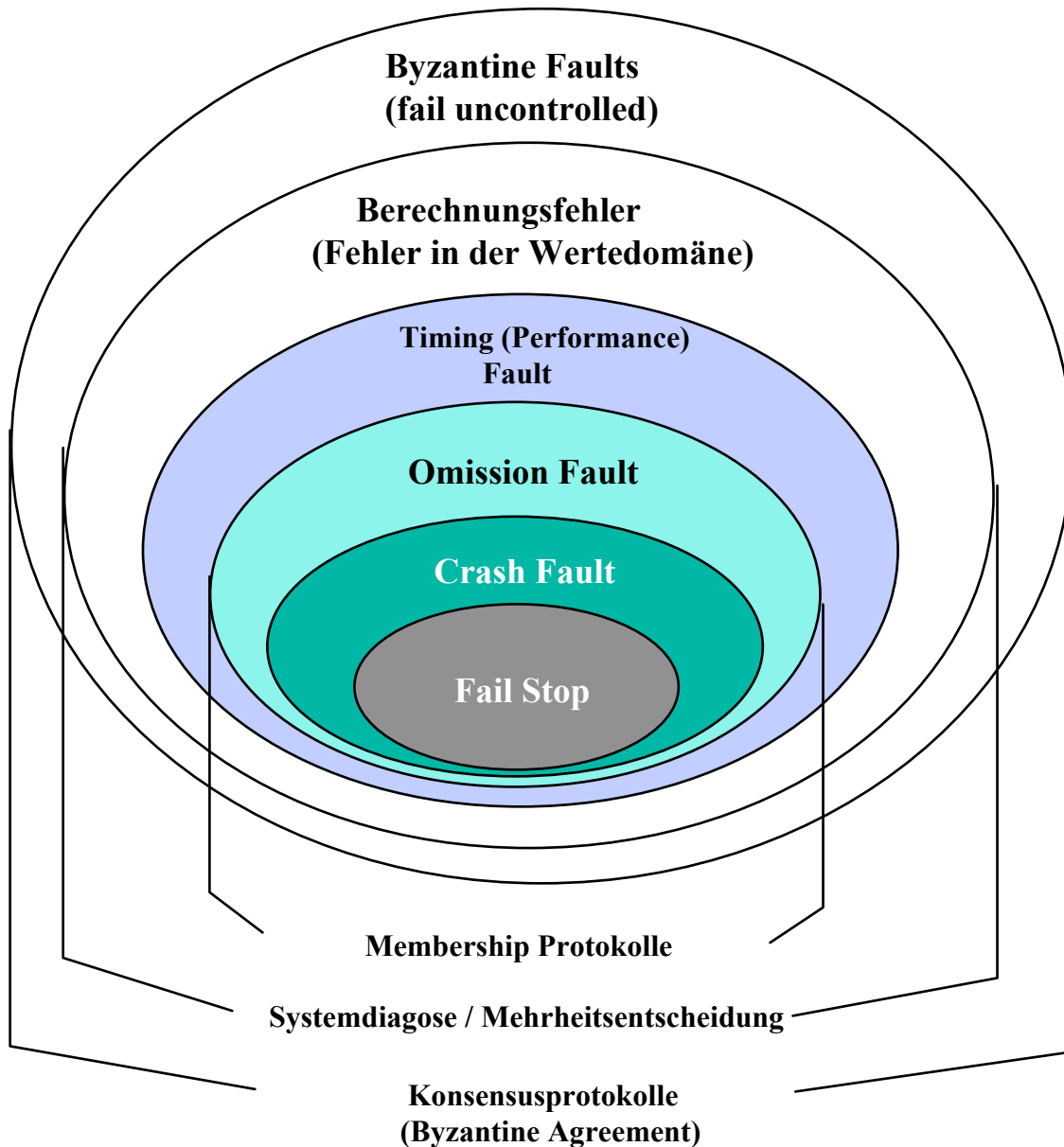
Es muss gewährleistet werden, dass die Fehlersemantik  $F$  im System auch durchgesetzt wird.

## Beispiele:

Omission-Fehlersemantik  
Crash-Fehlersemantik

**S hat die Fehlersemantik F**

# Hierarchie der Fehlermodi



**Byzantinische Fehler:**  
Beliebige, unkontrollierbare Fehler

**Zeitfehler.**  
Korrekte Resultate in der Wertedomäne,  
aber zu früh oder zu spät.

**Omission (Unterlassungs-) Fehler:**  
Spezielle Klasse der Zeitfehler. Die (korrekten)  
Resultate kommen entweder zur richtigen Zeit  
oder gar nicht.

**Crash Fehler:**  
Komponente liefert keine Resultate mehr.

**Fail Stop:**  
Andere Komponenten können den Crash Fehler  
korrekt diagnostizieren.