

Grundlagen der Echtzeitplanung

1. Grundlegende Begriffe und Konzepte

2. Planungsverfahren (Scheduling)

2.1 Planen aperiodischer Tasks

- Planen durch Suchen
- Planen nach Fristen
- **Planen nach Spielräumen**
- Planen abhängiger Tasks

2.2 Planen periodischer Tasks

- Planen nach monotonen Raten
- EDF

Planen nach Spielräumen: Least Laxity First (LLF)

- **Def.: Spielraum (Laxity, relative Deadline)**

$$\Delta \text{lax}_i = (d_i - r_i) - \Delta e_i$$

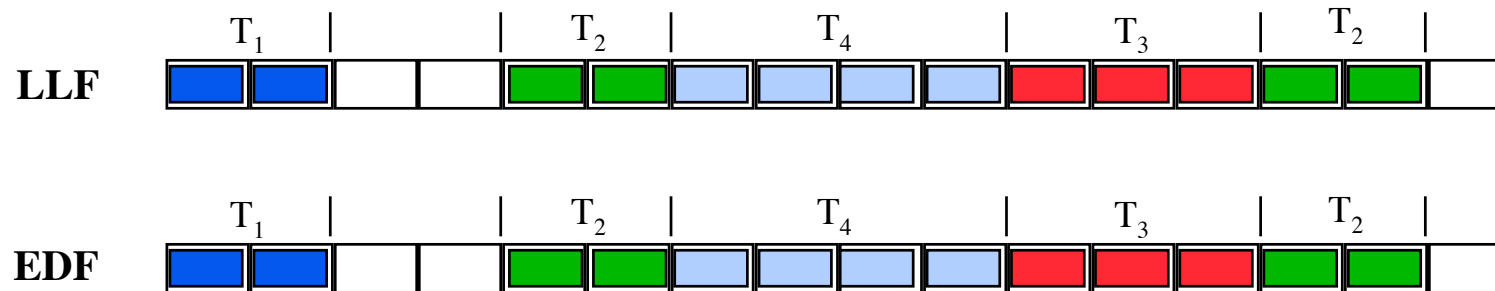
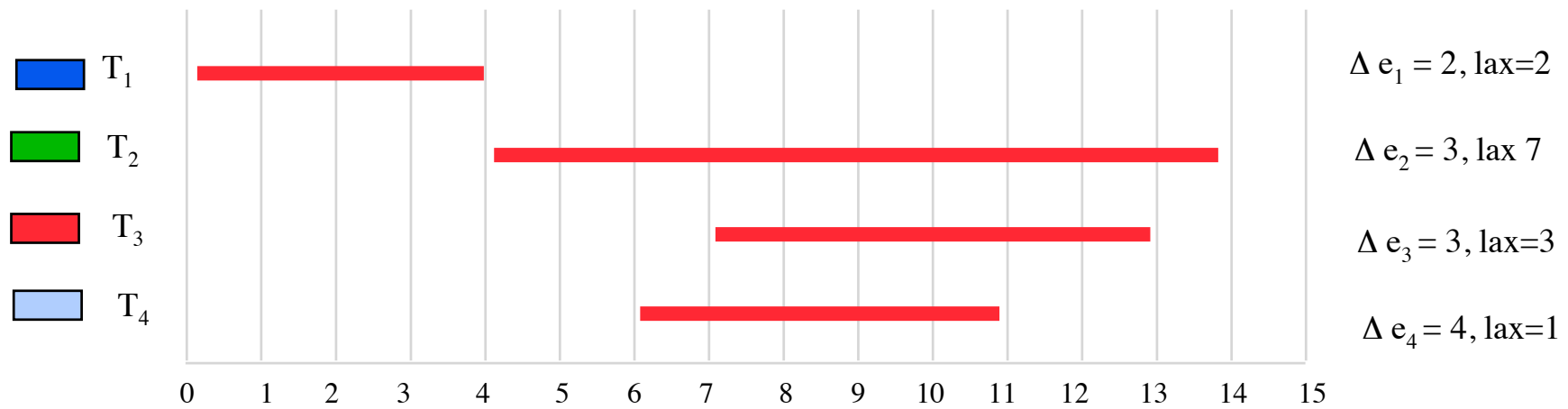
- **Bedingung für die Einplanbarkeit:**

$$r_i \leq s_i \leq r_i + \Delta \text{lax}_i = d_i - \Delta e_i$$

- **Vorgehensweise:**

Bei LLF wird unter den rechenbereiten Tasks diejenige ausgewählt, deren Spielraum am kürzesten ist.

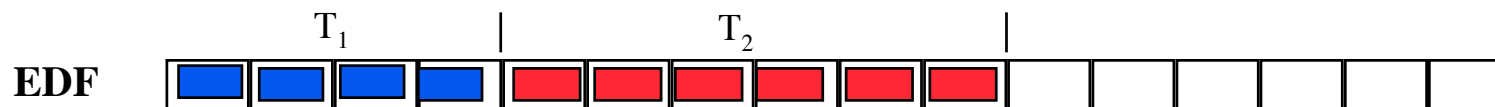
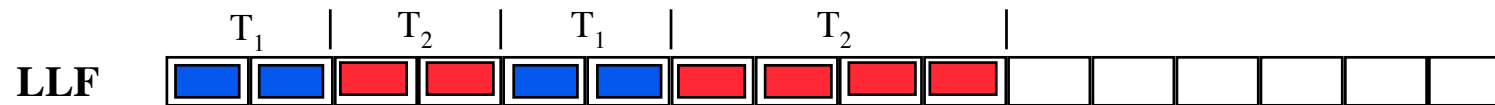
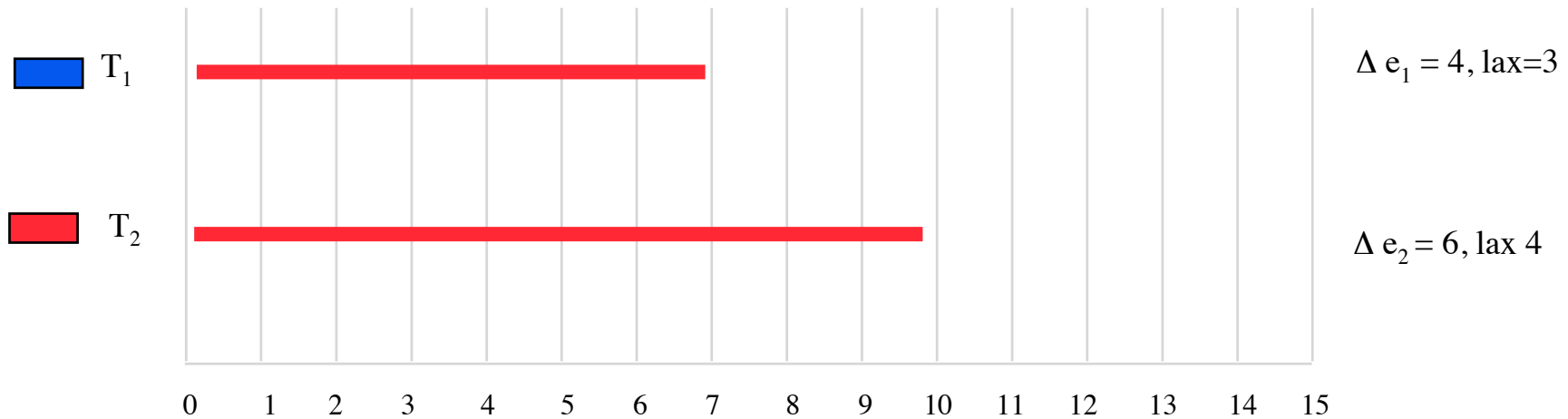
LLF für unterbrechbare Tasks (1 | preempt | L_{max})



LLF ist optimal für unterbrechbare Tasks

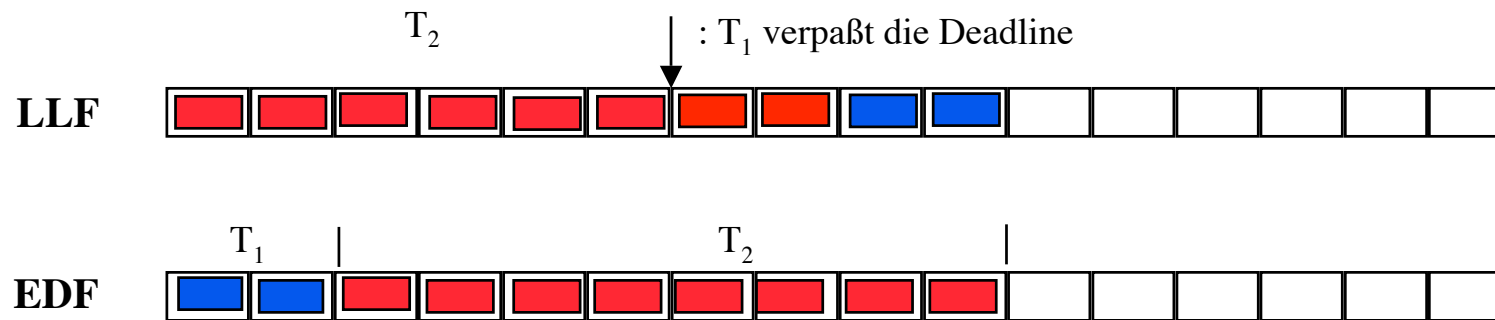
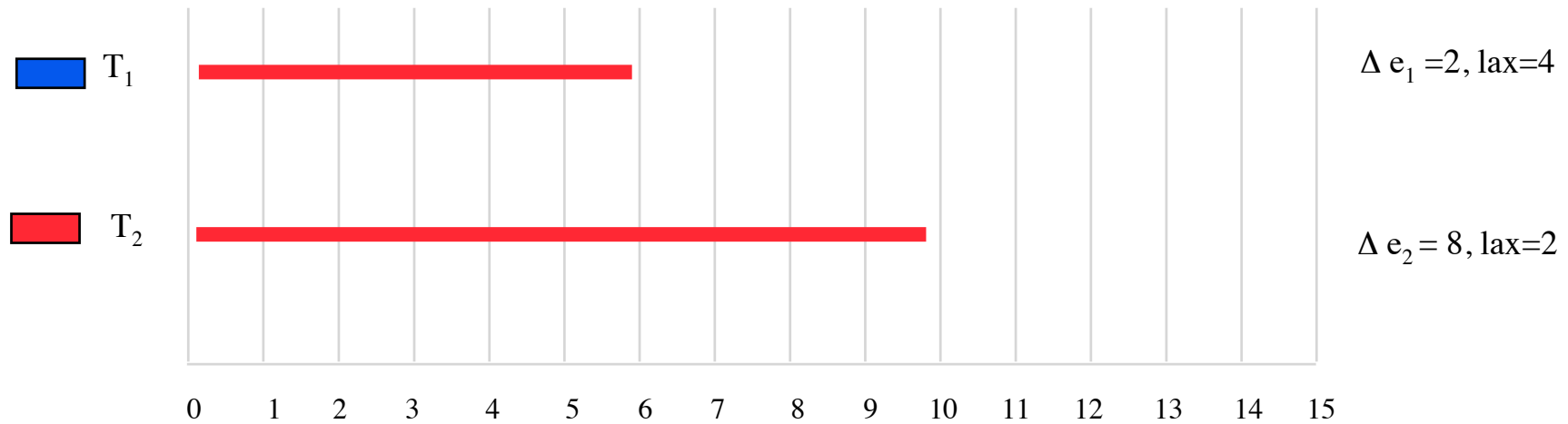
LLF für unterbrechbare Tasks

LLF führt zu häufigeren Unterbrechungen als eine Planung durch EDF



LLF für nicht unterbrechbare Tasks (1 | non-preemt, sync | L_{\max})

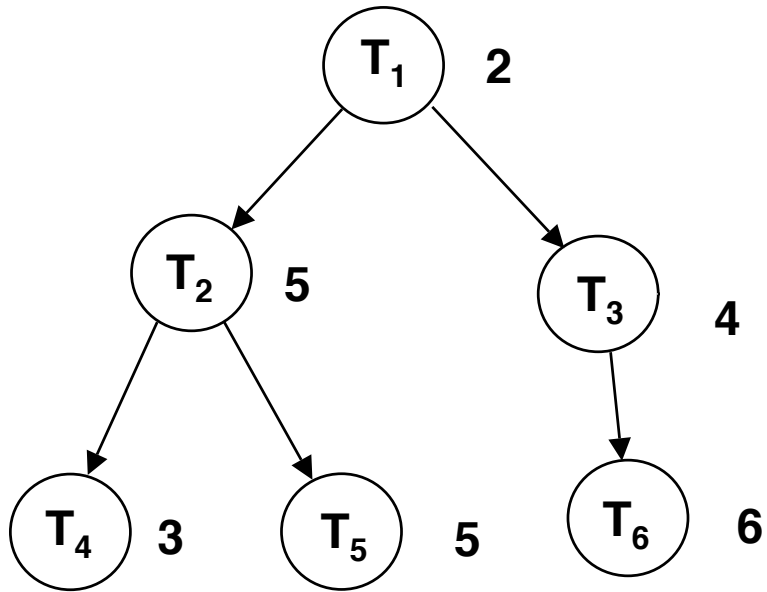
LLF ist nicht optimal für nicht unterbrechbare Tasks



Zusammenfassung

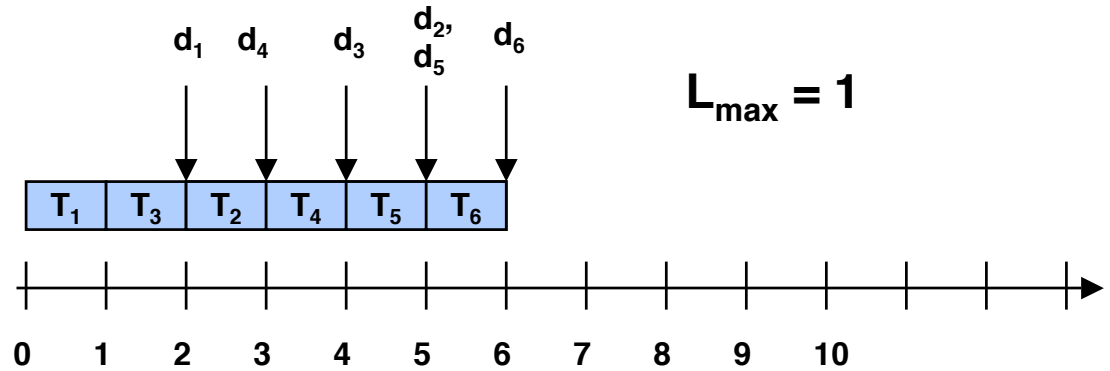
- ★ LLF ist nicht optimal für nicht unterbrechbare Prozesse
- ★ LLF ist optimal für unterbrechbare Prozesse führt aber zu häufigeren Unterbrechungen als EDF, da sich die Laxity dynamisch ändert.

Beispiel einer Menge abhängiger Tasks



	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Δe_i	1	1	1	1	1	1
d_i	2	5	4	3	5	6

EDF



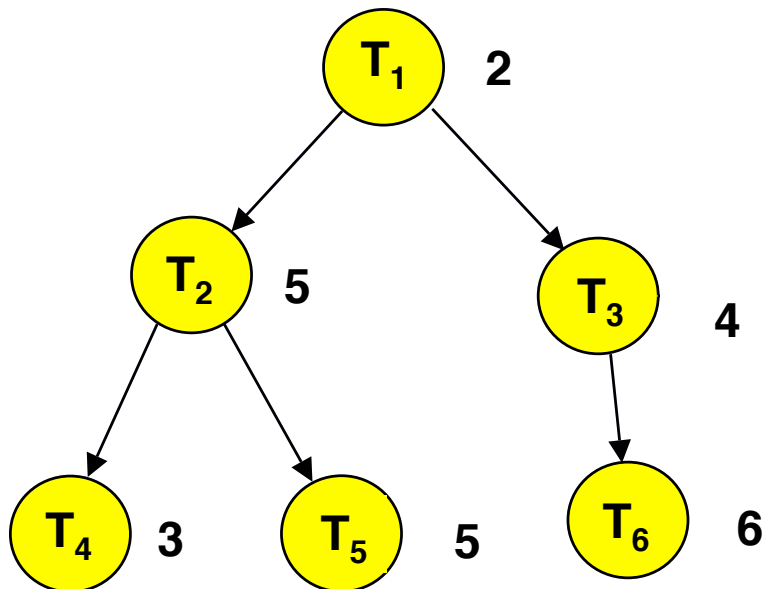
LDF: Latest Deadline First (Lawler 1973)

(1 | prec, sync | L_{\max})

Gegeben: Taskmenge abhängiger Tasks $T = \{T_1, \dots, T_n\}$,
Azyklischer gerichteter Graph, der die Vorrangrelation beschreibt.

Aus der Menge der Tasks deren Nachfolger bereits alle ausgewählt wurden oder die keinen Nachfolger besitzen wählt LDF die Task mit der spätesten Deadline aus. Die Warteschlange der Tasks wird also in der Reihenfolge der zuletzt auszuführenden Tasks aufgebaut. Zur Laufzeit werden die Tasks vom Kopf der aufgebauten Warteschlange ausgeführt, so dass die Task, die zuletzt in die Warteschlange eingefügt wurde zuerst ausgeführt wird.

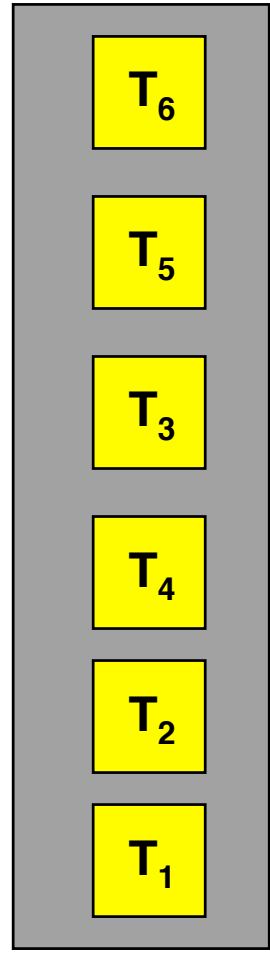
Planen nach LDF



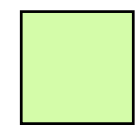
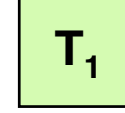
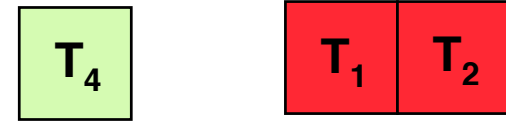
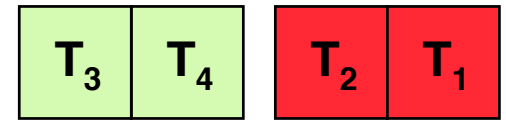
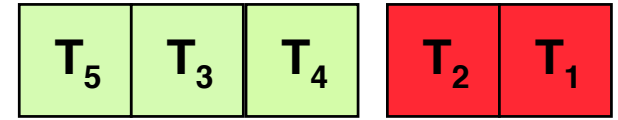
Schritt

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.

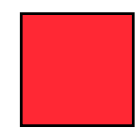
Plan



Noch nicht eingeplante Tasks



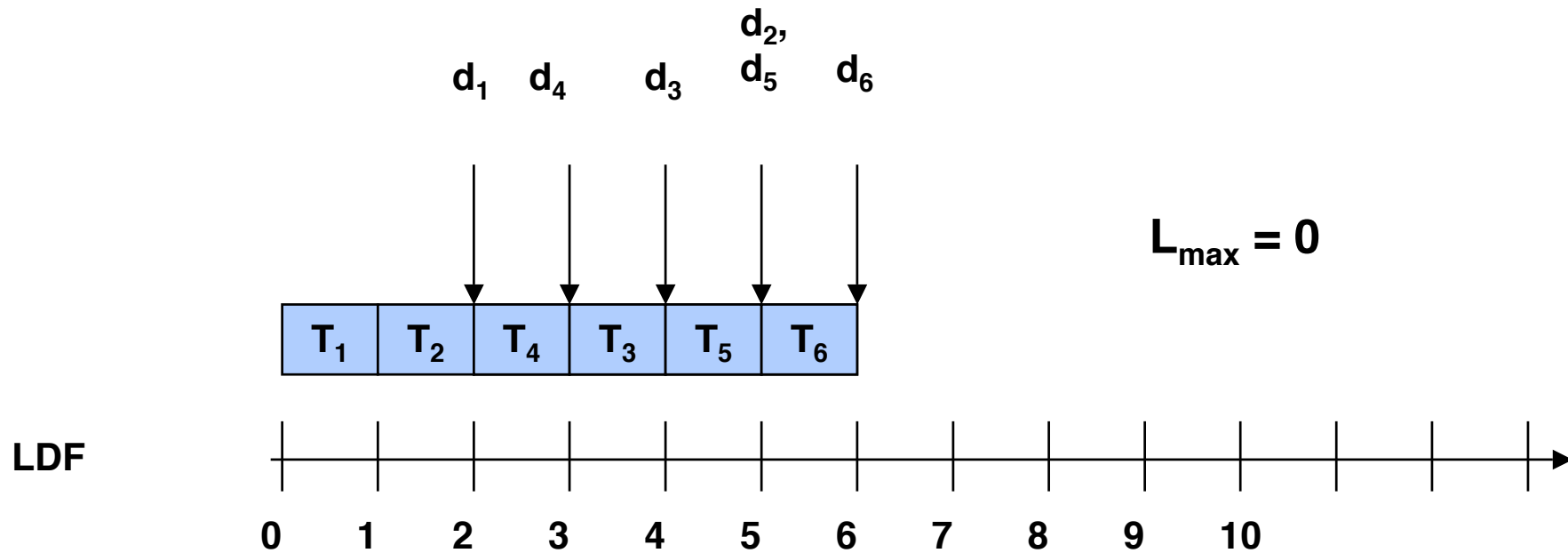
Einplanbar nach LDF



Nicht einplanbar nach LDF

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
Δe_i	1	1	1	1	1	1
d_i	2	5	4	3	5	6

Planen nach LDF



Komplexität: $O(n^2)$: Für jeden Schritt muss im Abhängigkeitsgraphen nach der Untermenge ohne Nachfolger gesucht werden.

LDF ist optimal. (Lawler 1973)

Grundlagen der Echtzeitplanung

1. Grundlegende Begriffe und Konzepte

2. Planungsverfahren (Scheduling)

2.1 Planen aperiodischer Tasks

- Planen durch Suchen
- Planen nach Fristen
- Planen nach Spielräumen
- **Planen abhängiger Tasks**

2.2 Planen periodischer Tasks

- Planen nach monotonen Raten
- EDF

EDF unter Berücksichtigung der Vorrangrelation

(1 | prec, preemt | L_{\max})

Idee: Umwandlung einer Menge abhängiger Tasks in eine Menge unabhängiger Tasks durch Modifikation der Bereitzeiten und der Deadlines.

Beobachtung:

- 1. Eine Task kann nicht vor ihrer Bereitzeit ausgeführt werden.**
- 2. Eine abhängige Task kann keine Bereitzeit besitzen die kleiner ist als die Bereitzeit der Task von der sie abhängt.**
- 3. Eine Task T_b , die von einer anderen Task T_a abhängt, kann keine Deadline $d_b \leq d_a$ besitzen.**

Algorithmus:

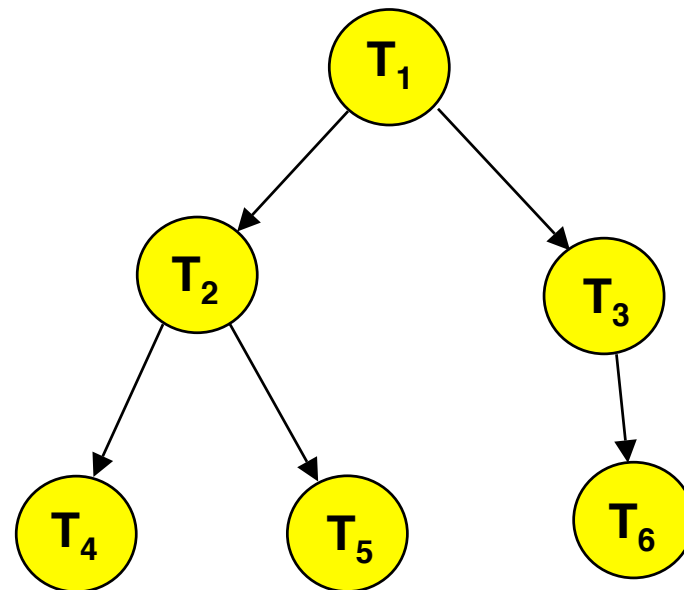
- 1. Modifikation der Bereitzeiten**
- 2. Modifikation der Deadlines**
- 3. Schedule nach EDF erstellen**

Modifikation der:

Bereitzeiten

Deadlines

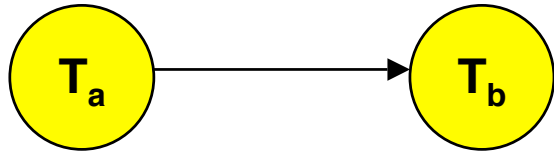
Anfangsknoten



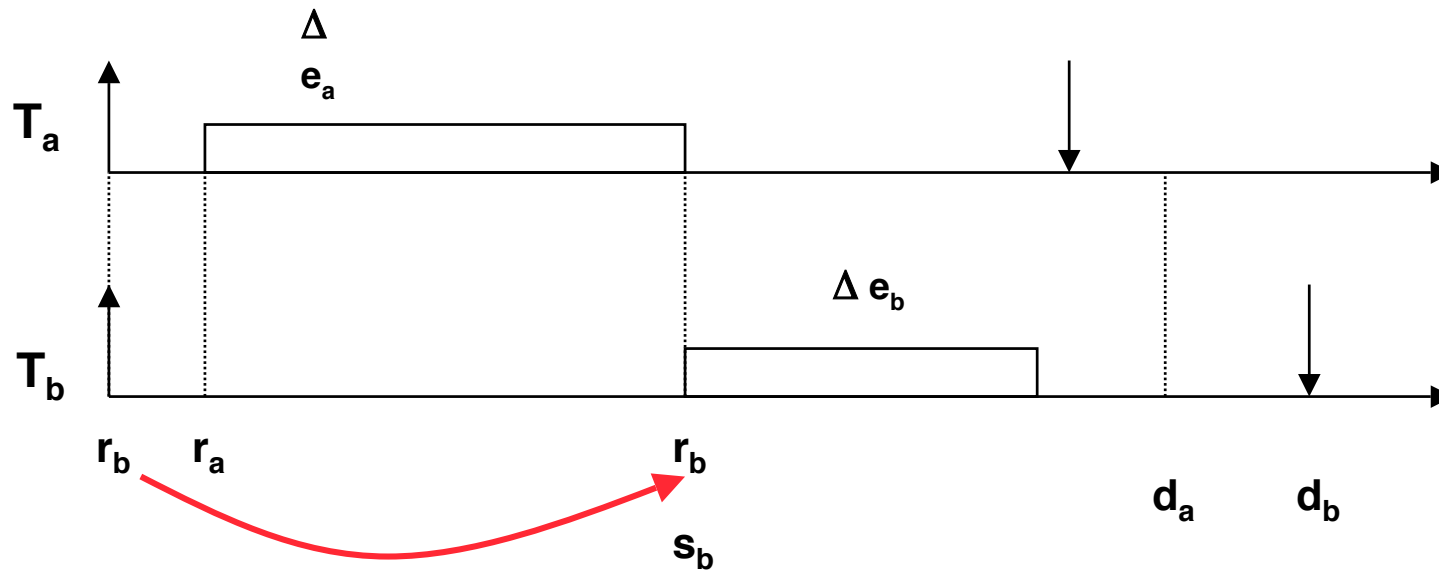
Endknoten



Modifikation der Bereitzeiten



r_b ersetzen durch: $\max(r_b, r_a + \Delta e_a)$



$$\begin{cases} s_b \geq r_b \\ s_b \geq r_a + \Delta e_a \end{cases}$$

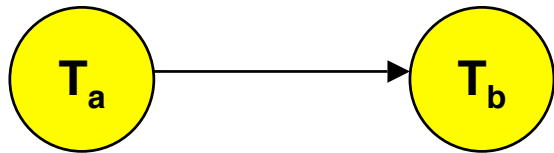
Algorithmus zur Modifikation der Bereitzeiten:

1. Für einen beliebige Anfangsknoten des Vorrang-Graphen setze $r_i^* = r_i$.
2. Wähle eine Task T_i , deren Bereitzeit (noch) nicht modifiziert wurde, aber deren Vorgänger alle modifizierte Bereitzeiten besitzen.

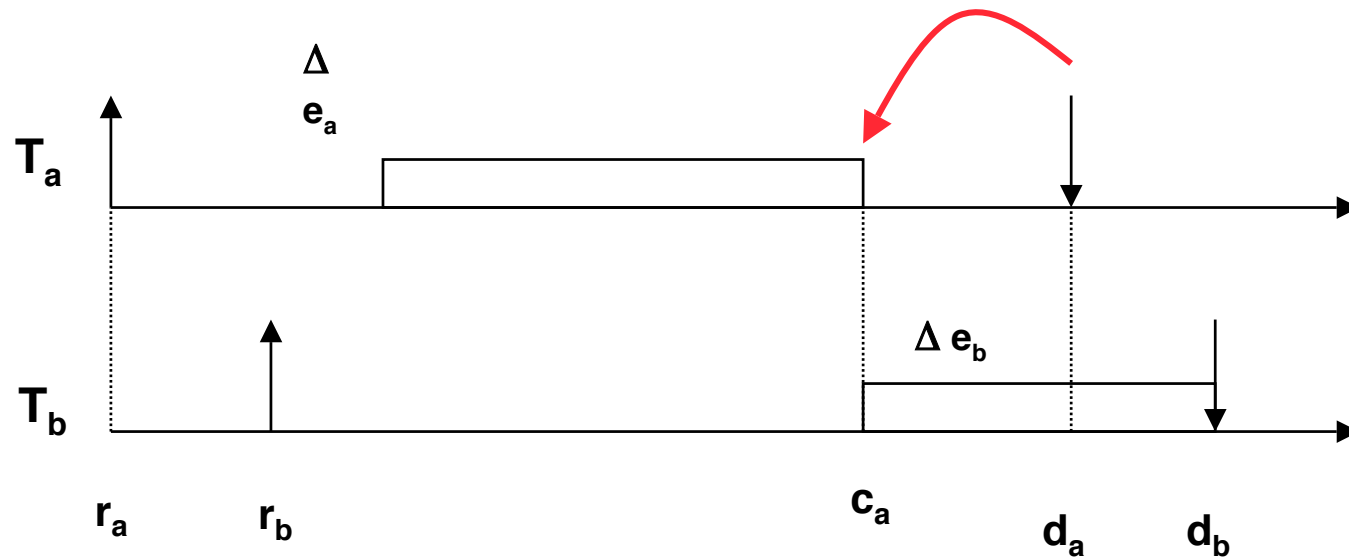
Wenn es keine solche Task gibt: EXIT.

3. Setze $r_i^* = \max [r_i, \max(r_v^* + \Delta e_v : T_v \rightarrow T_i)]$.
4. Gehe nach Schritt 2.

Modifikation der Deadlines



d_a ersetzen durch: $\min(d_a, d_b - \Delta e_b)$



$$\begin{cases} c_a \leq d_a \\ c_a \leq d_b + \Delta e_b \end{cases}$$

Algorithmus zur Modifikation der Deadlines:

1. Für einen beliebige Endknoten des Vorrang-Graphen setze $d_i^* = d_i$.
2. Wähle eine Task T_i , deren Deadline (noch) nicht modifiziert wurde, aber deren unmittelbare Nachfolger alle modifizierte Deadlines besitzen.

Wenn es keine solche Task gibt: EXIT.

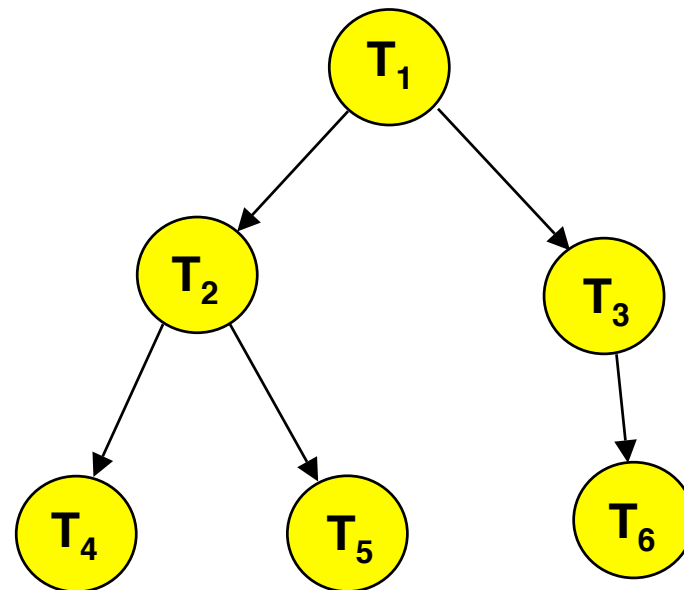
3. Setze $d_i^* = \min [d_i, \min(d_N^* - \Delta e_N : T_i \rightarrow T_N)]$.
4. Gehe nach Schritt 2.

Modifikation der:

Bereitzeiten

Deadlines

Anfangsknoten



Endknoten

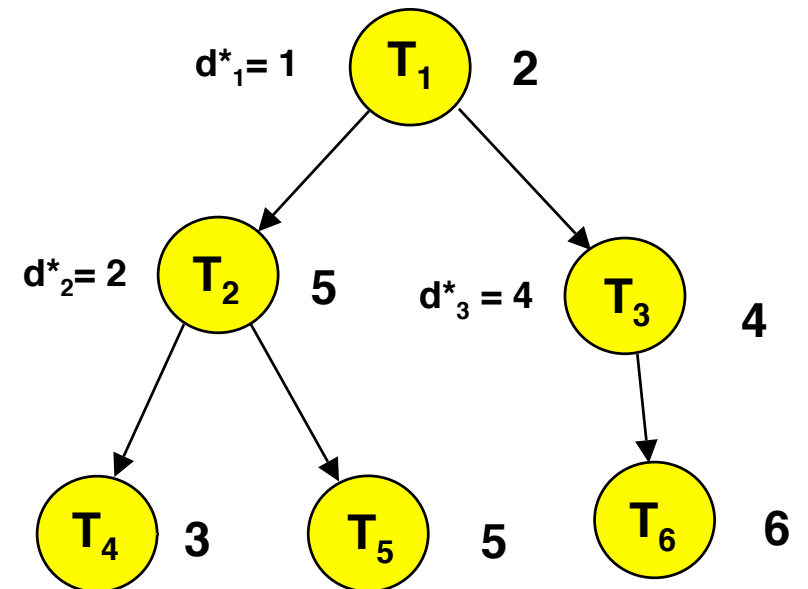


ursprüngliche Taskparameter

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
Δe_i	1	1	1	1	1	1
r_i	0	0	0	0	0	0
d_i	2	5	4	3	5	6

modifizierte Taskparameter

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
Δe_i	1	1	1	1	1	1
r_i	0	1	1	2	2	2
d_i	1	2	4	3	5	6



$$r_i^* = \max [r_i, \max(r_v^* + \Delta e_v : T_v \rightarrow T_i)]$$

$$d_i^* = \min [d_i, \min(d_N^* - \Delta e_N : T_i \rightarrow T_N)]$$

modifizierte Taskparameter

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
Δe_i	1	1	1	1	1	1
r_i	0	1	1	2	2	2
d_i	1	2	4	3	5	6

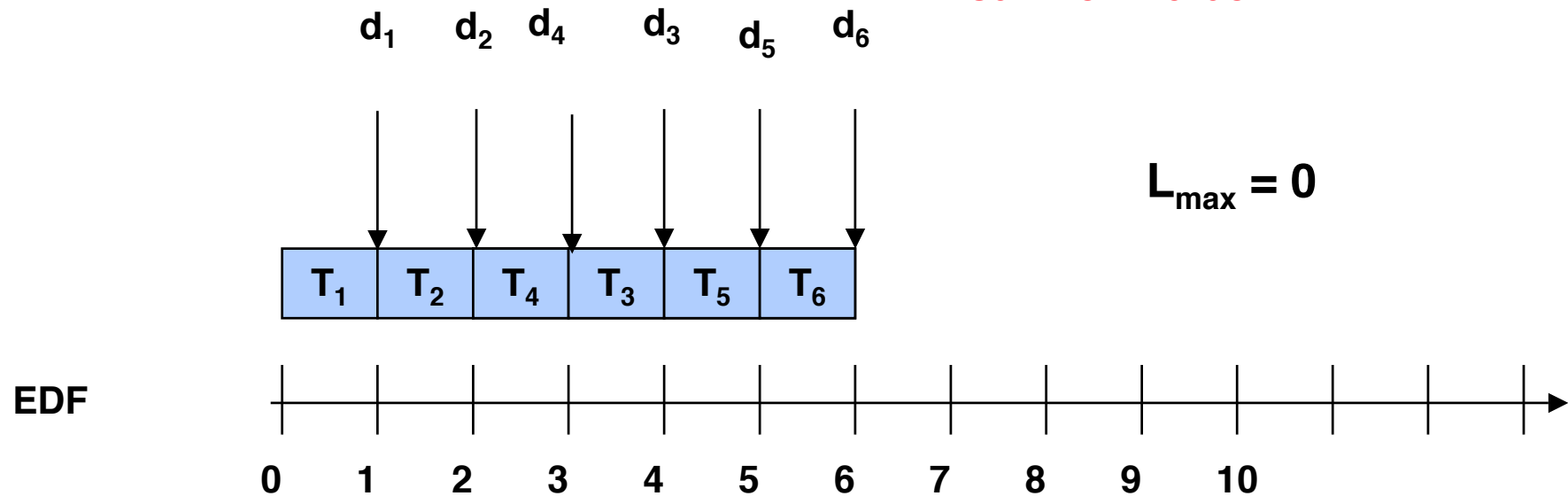
Beweisidee:

1.)

eine abhängige Task kann nie vor der Task starten, von der sie abhängig ist, da die Bereitzeiten entsprechend modifiziert wurden

2.)

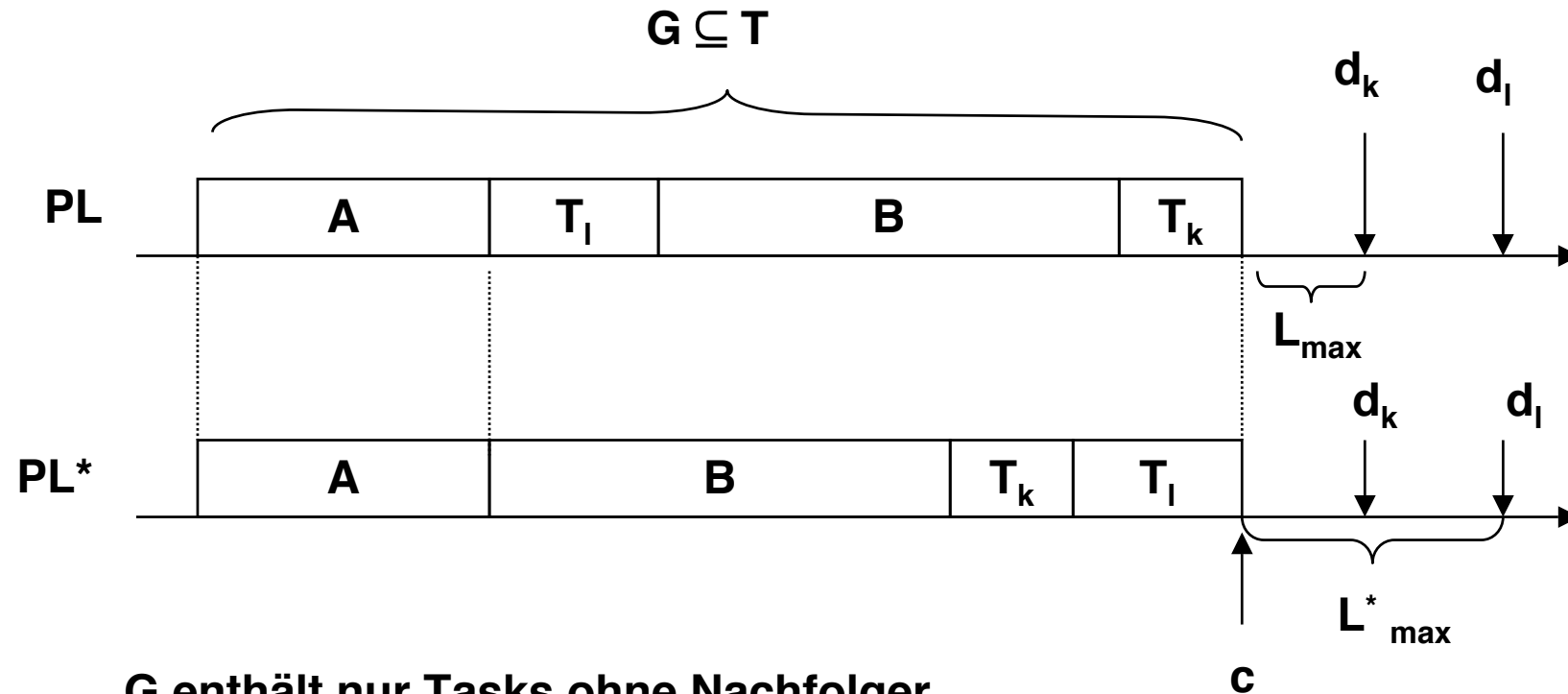
eine abhängige Task kann nie die Task unterbrechen, von der sie abhängig ist, da die Deadlines entsprechend modifiziert wurden.



	sync. activation	preemptive async. activation	non-preemptive async. activation
independent	EDD (Jackson '55) $O(n \log n)$ Optimal	EDF (Horn '74) $O(n^2)$ Optimal	<i>Tree search</i> (Bratley '71) $O(n n!)$ Optimal
precedence constraints	LDF (Lawler '73) $O(n^2)$ Optimal	EDF * (Chetto et al. '90) $O(n^2)$ Optimal	Spring (Stankovic & Ramamritham '87) $O(n^2)$ Heuristic

Beweis der Optimalität von LDF

Idee:



G enthält nur Tasks ohne Nachfolger

$$G = A \cup \{T_l\} \cup B \cup \{T_k\}$$